БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

**Лабораторная работа №1**

**Вычисление интеграла**

**Вариант 2**

Выполнил: Белоушко Степан

3 курс 7 группа

Преподаватель:

Будник Анатолий Михайлович

**Определение величины шага разбиение по правилу Рунге**

Главная идея заключается в том, чтобы по нескольким приближенным значениям искомой величины, полученным при различных значениях параметров вычислительного процесса (например, шага сетки h ) вычислить параметры главных частей разложения остатка. Таким образом, можно добиться необходимой погрешности и найти требуемый для этого шаг сетки.

Выражение для вычисления главной части остатка квадратурной формулы, по которой можно проводить практическую оценку погрешности полученного приближенного значения интеграла *Q*(*h*1, *f* ):



Составная квадратурная формула для правым прямоугольников выглядит так:

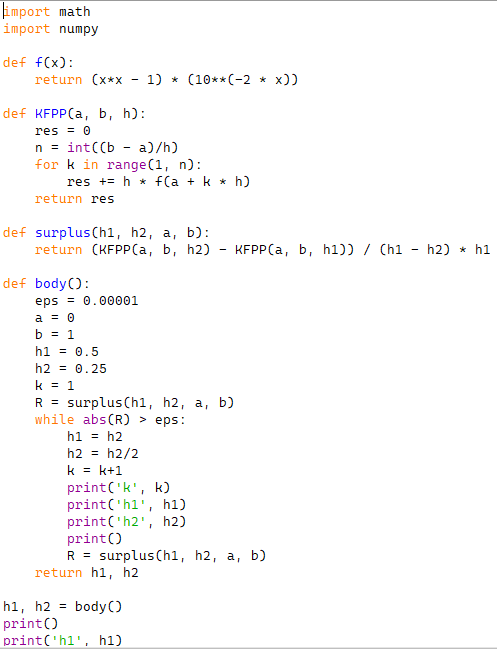


Её я буду подставлять в функцию Q(h2, f) в правиле Рунге.

Порядок точности для квадратурной формулы для правых прямоугольников равен 1, то есть m в правиле Рунге равно 1.

Первоначальное h1 я возьму равным 0.5, а h2 буду брать равным половине h1.

**Реализация**:



**Определение величины шага разбиение по выражению для погрешности интегрирования, используя составную квадратурную формулу средних прямоугольников**

СКФСП выглядит так:

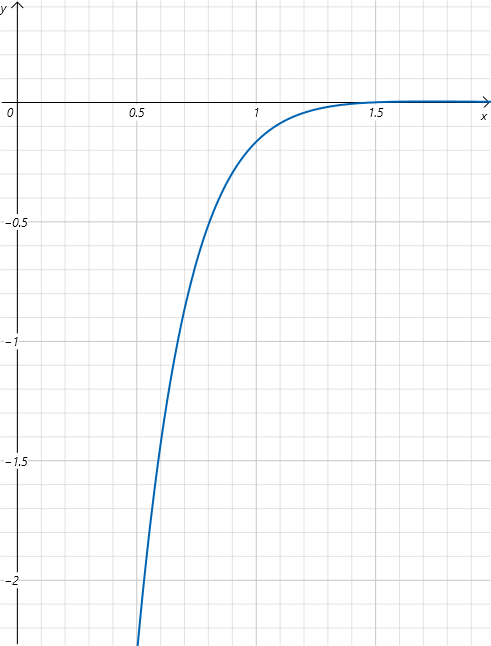


Порядок точности для СКФСП равен 2.

Формула остатка:

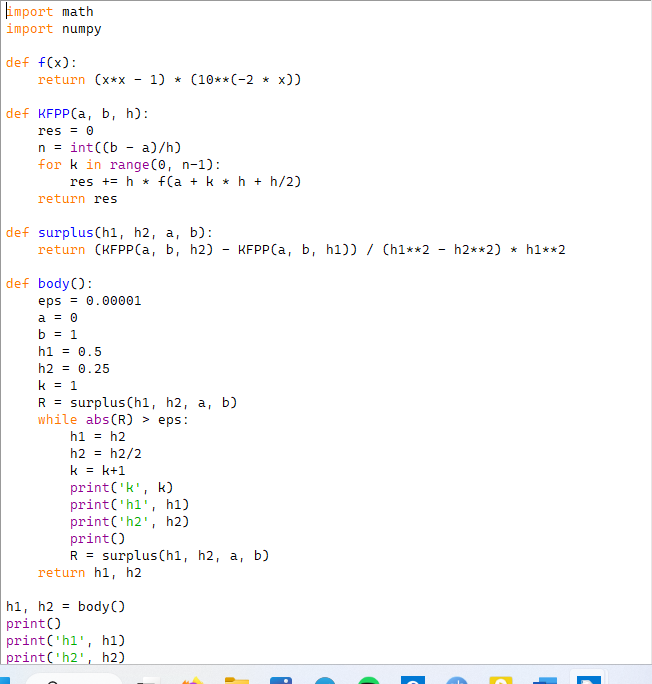


График функции второй производной имеет вид:



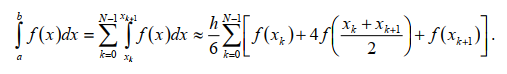
В качестве максимального значения возьму −0.164206807439524.

**Реализация**:



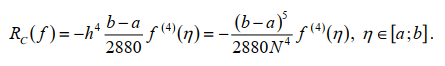
**Определение величины шага разбиение по выражению для погрешности интегрирования, используя составную квадратурную формулу Симпсона**

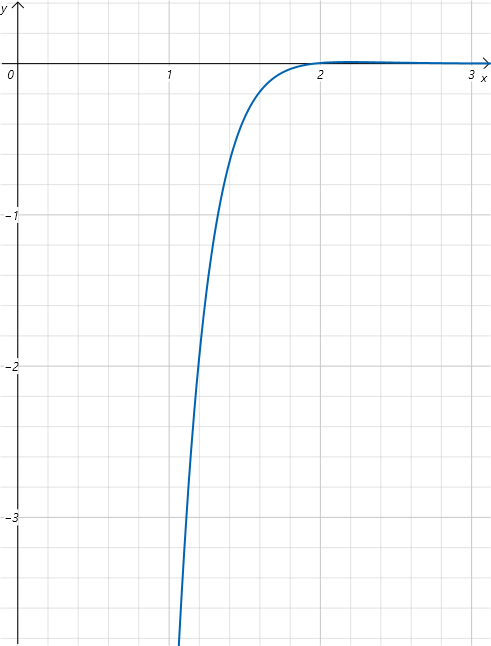
СКФСП выглядит так:



Порядок точности для СКФСП равен 2.

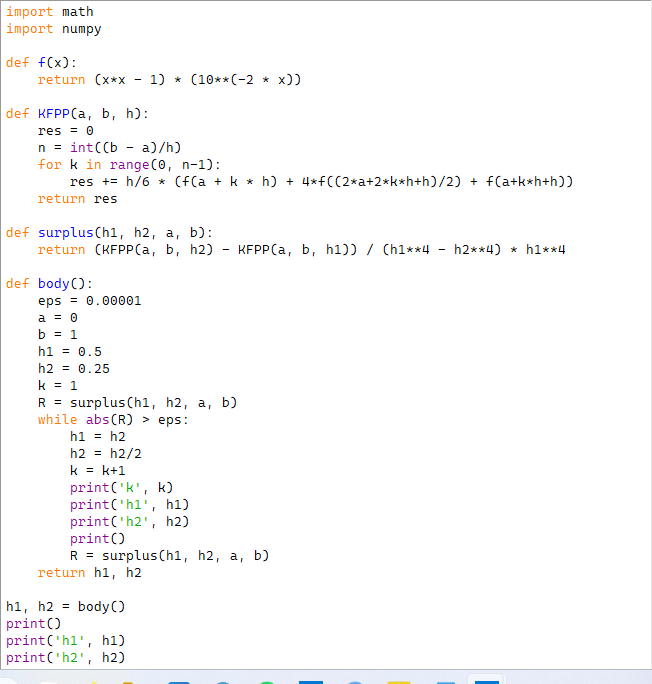
Формула остатка:



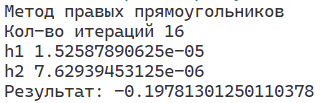


В качестве максимального значения функции четвёртой производной возьму −195.2709.

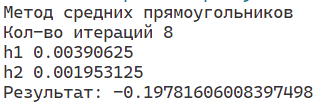
**Реализация**:



**Результаты**



Невязка: 3.8146750282186392e-06



Невязка: 7.670921570168687e-07



Невязка: 0.0001296223764432891

График функции f выглядит так:

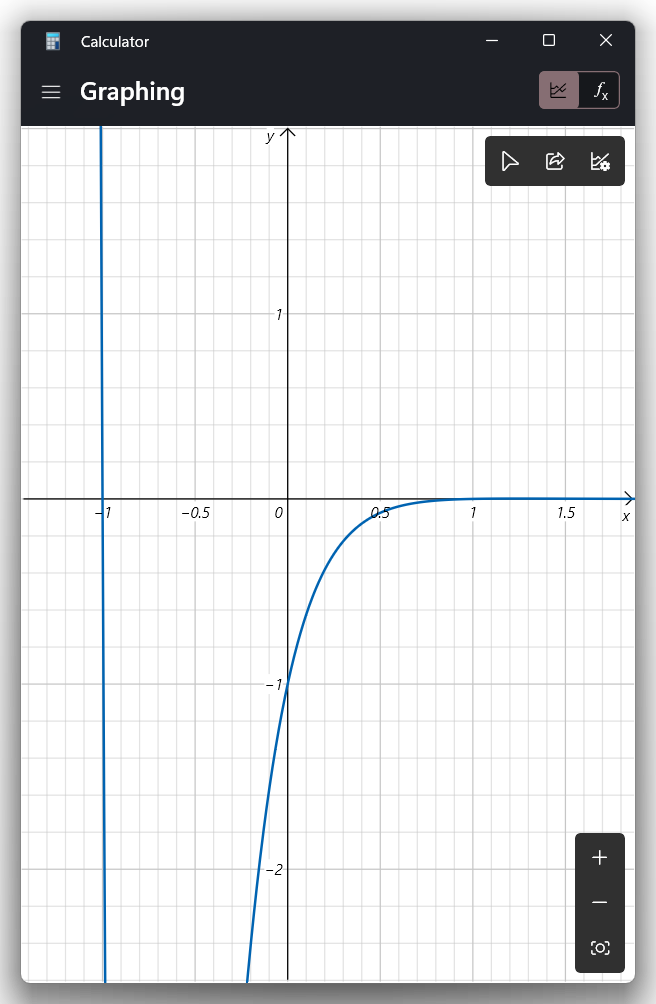
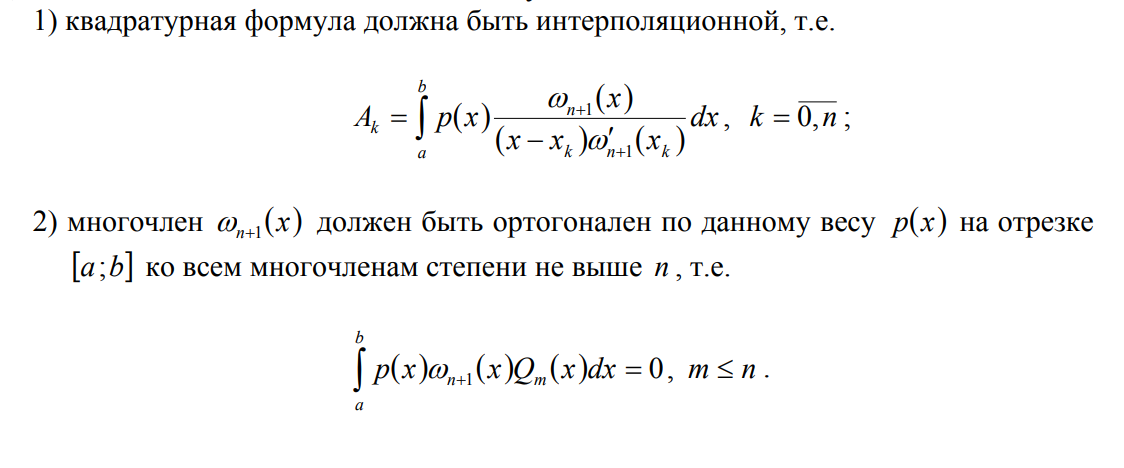


График объясняет сильное различие между методами средних и правых прямоугольников. Функция сильно уменьшается слева, поэтому значение посередине отрезка разбиения сильно меньше значения на его правом краю, что и даёт различие итераций в 2 раза.

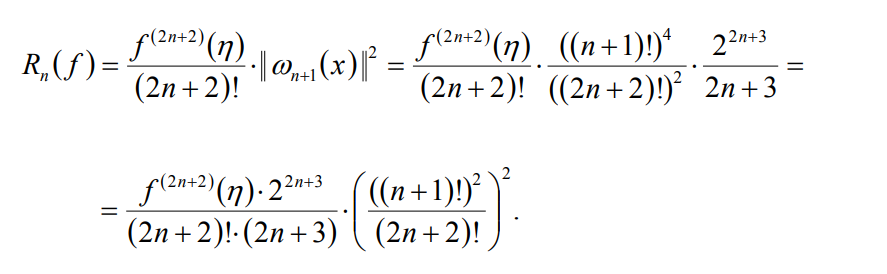
Также играет роль то, что средние прямоугольники имеют больший порядок точности, чем правые (2 против 1). Также, из-за порядка точности 4 у Симпсона, ему потребовалось всего 10 разбиений против 512 у средних прямоугольников.

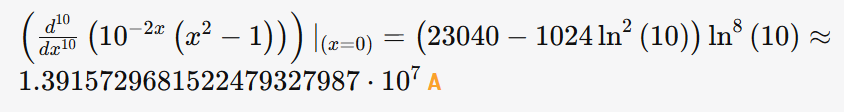
**Задание 3**

Для достижения наивысшей алгебраической степени точности, т.е. чтобы формула с n+1 узлами была точной для любых алгебраических многочленов до степени (2n+1) включительно, необходимо и достаточно:



Формула для остатка КФ на отрезке [-1; 1]:





Для вычисления остатка на промежутке [a; b] необходимо умножить остаток на отрезке [-1; 1] на

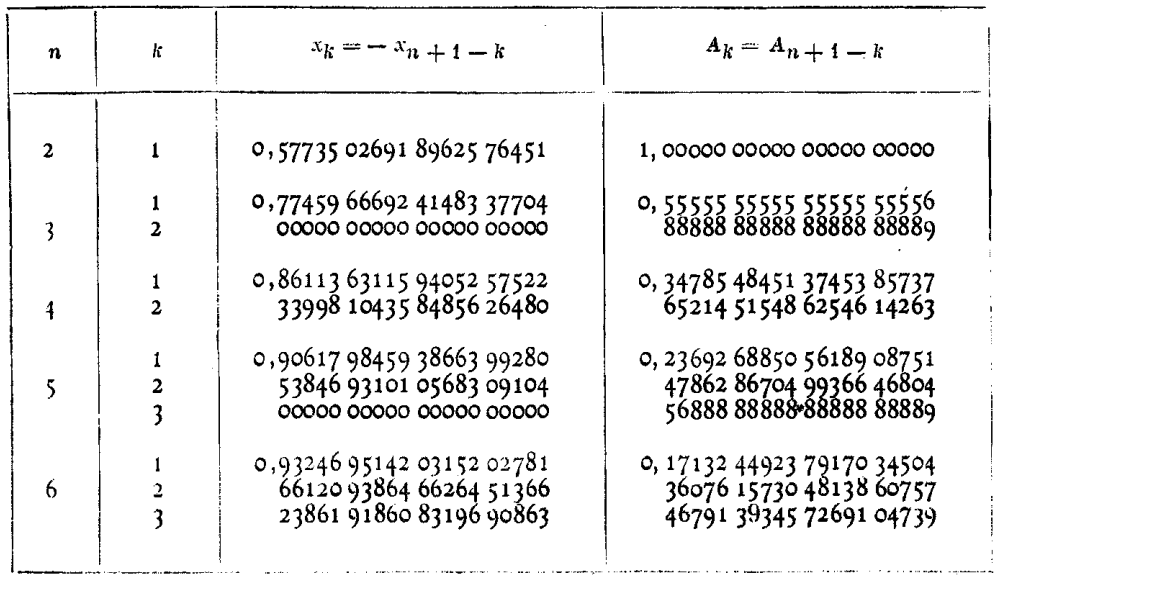
R = 5.489707234882991984875^10-6

Итак, в задании необходимо применить КФ НАСТ для четырёх узлов.

Найдём узлы, удовлетворяющие условию (2) критерия для НАСТ, как:

где

А также найдём коэффициенты . Все значения возьмём из таблицы:



Т.к. в таблице предоставлены значения и для отрезка [-1; 1], поэтому при вычисление произведем необходимую замену:

**Результаты**



**Вывод**

Используя формулу НАСТ Гаусса, удалось всего при четырех разбиениях достичь точность порядка 10e-7. По сравнению со всеми предыдущими формулами для нахождения достаточно точного решения необходимо очень мало разбиений, что обусловлено высокой алгебраической степенью точности – при n = 3 АСТ = 7. Однако главный недостаток метода состоит в нахождении необходимых коэффициентов и узлов, что весьма трудоёмко.